МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное Государственное Автономное Образовательное Учреждение Высшего Образования "Национальный Исследовательский Университет ИТМО"

##### ФАКУЛЬТЕТ ПИиКТ

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5

### по дисциплине

### «ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА»

### Вариант № 7

##### ***Выполнил:*** Студент группы P3219 Зайцев Артём Михайлович

#### Преподаватель:

##### Бострикова Дарья

##### Константиновна

Санкт-Петербург, 2024

Содержание

[Цель 3](#_Toc28668)

[Задание 4](#_Toc11805)

[Вычислительная реализация задачи 5](#_Toc23730)

[Исходный код программы и пример работы 7](#_Toc14197)

[Вывод: 8](#_Toc20308)

# Цель

Решить задачу интерполяции, найти значения функции при заданных значениях аргумента, отличных от узловых точек.

# Задание

## Обязательное задание

### Вычислительная реализация задачи:

1. Выбрать из табл. 1 заданную по варианту таблицу y = f(x) (таблица 1.1 – таблица 1.5);

2. Построить таблицу конечных разностей для заданной таблицы. Таблицу отразить в отчете;

3. Вычислить значения функции для аргумента X1 (см. табл.1), используя

первую или вторую интерполяционную формулу Ньютона. Обратить внимание какой конкретно формулой необходимо воспользоваться;

4. Вычислить значения функции для аргумента X2 (см. табл. 1), используя первую или вторую интерполяционную формулу Гаусса. Обратить внимание какой конкретно формулой необходимо воспользоваться;

### Программная реализация задачи

1. Исходные данные задаются тремя способами:

a) в виде набора данных (таблицы x,y), пользователь вводит значения с клавиатуры;

b) в виде сформированных в файле данных (подготовить не менее трех тестовых вариантов);

c) на основе выбранной функции, из тех, которые предлагает программа, например, sin. Пользователь выбирает уравнение, исследуемый интервал и количество точек на интервале (не менее двух функций).

2. Сформировать и вывести таблицу конечных разностей;

3. Вычислить приближенное значение функции для заданного значения аргумента, введенного с клавиатуры, указанными методами (см. табл. 2). Сравнить полученные значения;

4. Построить графики заданной функции с отмеченными узлами интерполяции и интерполяционного многочлена Ньютона/Гаусса (разными цветами);

# Вычислительная реализация задачи

По моему варианту предлагается построить интерполяционные многочлены по следующим данным

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 0,5 | 0,55 | 0,6 | 0,65 | 0,7 | 0,75 | 0,8 |
| y | 1,532 | 2,5356 | 3,5406 | 4,5462 | 5,5504 | 6,5559 | 7,5594 |

Затем посчитаем конечные разности и построим талибцу

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | d0yi | d1yi | d2yi | d3yi | d4yi | d5yi | d6yi | d7yi |
| x1 | 1 | 0.250 | 0.500 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |
| x2 | 1.250 | 0.750 | 0.500 | 0 | 0 | 0 |  |  |
| x3 | 2 | 1.250 | 0.500 | 0 | 0 |  |  |  |
| x4 | 3.250 | 1.750 | 0.500 | 0 |  |  |  |  |
| x5 | 5 | 2.250 | 0.500 |  |  |  |  |  |
| x6 | 7.250 | 2.750 |  |  |  |  |  |  |
| x7 | 10 |  |  |  |  |  |  |  |

Найдём приближенное значение функции при заданных X

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | X6 | X7 |
| 0,502 | 0,751 | 0,523 | 0,761 | 0,545 | 0,783 | 0,557 |

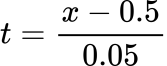
Видно, что все они находятся в левой половине отрезков -> воспользуется 1 формулой Ньютона

Вычислим интерполяционный многочлен

wps

wps

wps

При 

Получается

wps

wps

wps

Теперь посчитаем заданные X

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0,502 | 0,751 | 0,523 | 0,761 | 0,545 | 0,783 | 0,557 |
| Y | 1.572 | 6.576 | 1.994 | 6.777 | 2.435 | 7.219 | 2.6761 |

Затем найдём приближённые значения X с помощью формулы Гаусса

Напишем формулу интерполяционного многочлена Гаусса

Давайте за A возьмём 0.7, чтобы все значения были меньше А.

Тогда C:/Users/zam12/AppData/Local/Temp/wps.KmPzZAwps

Значит сам многочлен будет иметь следующий вид

C:/Users/zam12/AppData/Local/Temp/wps.abMBYpwps

wps

wps

wps

wps

Подсчитаем его значение в каждой заданной точке:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0,645 | 0,651 | 0,639 | 0,661 | 0,627 | 0,683 | 0,641 |
| Y | 3.44 | 3.56 | 3.32 | 3.76 | 3.07 | 4.2 | 3.35 |

# Исходный код программы

[Реализация вычислительных методов](https://github.com/nentu/cm.lab5/tree/master/logic)

Лагранж

n = self.X.size

res = 0

for i in range(n):

part = self.Y[i]

big\_mult = 1

for j in range(n):

if i == j:

continue

big\_mult \*= (X\_sym - self.X[j]) / (self.X[i] - self.X[j])

part \*= big\_mult

res += part

return res

Ньютона

res = 0

for k in range(self.n):

part = 1

for j in range(k):

part \*= X\_sym - self.X[j]

part \*= self.dd(self.X[:k + 1])

res += part

return res

Равномерный Ньютон

res = 0

t = self.\_get\_t()

for i in range(self.n):

part = 1

for j in range(i):

part \*= (t - j)

part /= fac(i)

part \*= self.d\_k\_y\_i(i)

res += part

return res

Гаусс

res = 0

t = self.\_get\_t()

for i in range(self.n):

part = 1

for j in range(1, i + 1):

part \*= (t + ((-1) \*\* (j + 1)) \* (j // 2))

part \*= self.d\_k\_y\_i(i, -1 \* (i // 2))

part /= fac(i)

res += part

pass

return res

Стирлинга

def \_interpolate(self):

return (super().\_greater\_interpolate() + super().\_less\_interpolate()) / 2

Бессель

res = 0

t = self.\_get\_t()

for i in range(self.n // 2):

part1 = 1

for j in range(2 \* i):

part1 \*= (t + (-1) \*\* j \* j // 2)

part2 = (self.d\_k\_y\_i(2 \* i, -i) + self.d\_k\_y\_i(2 \* i, -i + 1)) / 2 / fac(2 \* i)

part3 = (t - 1 / 2) \* self.d\_k\_y\_i(2 \* i + 1, -i) / fac(2 \* i + 1)

full\_part = part1 \* (part2 + part3)

res += full\_part

return res

# Вывод:

После выполнения данной лабораторной работы я изучил численные методы интерполирования. Уверен, что полученные знания пригодятся в будущем.

Сами методы можно охарактеризовать следующим образом:

1. Лагранж - легко вычисляется, при добавлении новых узлов нужно пересчитывать
2. Ньютон - вычисляет чуть сложнее, но можно добавлять новые узлы, не пересчитывая предыдущее выражение
3. Гаусс: тут мы должны выбрать опорную точку и уже считать относительно её. Этот метод позволяет интерполировать, приближая исходную функцию.
4. Стирлинг: Среднее от x < a и x > a функций Гаусса. Используется при |t|< =0.25
5. Бессель: Используется при 0.25 < |t| <= 0.5